

ベーシックセンター

数学 I・A

整数の性質(3)「整数方程式(2)」

ある正の整数 N は 7 で割ると 3 余り, 11 で割ると 9 余り, 19 で割ると 2 余るといふ.
このような N を求めよう.

(1) まず, 7 で割ると 3 余り, 11 で割ると 9 余る整数 N_1 について考える.

N_1 は 7 で割ると 3 余ることから, 整数 x を用いて

$$N_1 = \boxed{\text{①}} x + \boxed{\text{②}} \cdots \text{A}$$

と表せる. また, N_1 は 11 で割ると 9 余ることから, 整数 y を用いて

$$N_1 = \boxed{\text{③}} y + \boxed{\text{④}} \cdots \text{B}$$

と表せる. A, B より, 2 つの整数 x, y の間には

$$\boxed{\text{①}} x - \boxed{\text{③}} y = \boxed{\text{⑤}} \cdots \text{C}$$

の関係が成り立つ. C の解の 1 つとして, $x = \boxed{\text{⑥}}$, $y = \boxed{\text{⑦}}$ があるので, C は

$$\boxed{\text{①}} (x - \boxed{\text{⑥}}) = \boxed{\text{③}} (y - \boxed{\text{⑦}})$$

と変形できる. ($\boxed{\text{⑥}}$, $\boxed{\text{⑦}}$ には一桁の自然数を入れよ.)

$\boxed{\text{①}}$ と $\boxed{\text{③}}$ は互いに素なので, x, y は整数 k を用いて

$$x = \boxed{\text{⑧}} k + \boxed{\text{⑨}}, y = \boxed{\text{⑩}} k + \boxed{\text{⑪}}$$

と表せる. したがって, N_1 は

$$N_1 = \boxed{\text{⑫}} k + \boxed{\text{⑬}}$$

と表される.

(2) 次に, N_1 のうちで, 19 で割ると 2 余る自然数 N を考える.

(1) より, N は整数 k を用いて,

$$N = \boxed{\text{⑭}} k + \boxed{\text{⑮}} \cdots \text{D}$$

と表せる. また, N は 19 で割ると 2 余るので整数 l を用いて

$$N = \boxed{\text{⑰}} l + \boxed{\text{⑱}} \cdots \text{E}$$

と表せる. D, E より

$$k = \boxed{14} (l - \boxed{16} k - \boxed{17}) + \boxed{18}$$

($\boxed{18}$ は $0 \leq \boxed{18} < \boxed{14}$ の整数)

となり、 k は $\boxed{14}$ で割ると $\boxed{18}$ 余る整数であることがわかる。

したがって、 N は整数 n を用いて

$$N = \boxed{19} n + \boxed{20}$$

と表せる。