

ベーシックセンター

数 学 II・B

三角関数(2)「三角関数と方程式」

a を定数とする. 2 次方程式 $x^2 - \frac{a+1}{2}x + a^2 - 3 = 0$ の 2 つの解が $\alpha = \frac{1}{2} + \sin \theta$

と $\beta = \frac{1}{2} + \cos \theta$ であるとき, a と θ を求めたい. 以下の を埋めよ.

解と係数の関係から $\alpha + \beta$ と $\alpha\beta$ を a で表すと, $\alpha + \beta = \text{ア}$, $\alpha\beta = \text{イ}$ となる. したがって, $\sin \theta + \cos \theta$ と $\sin \theta \cos \theta$ を a で表すと,

$\sin \theta + \cos \theta = \text{ウ}$, $\sin \theta \cos \theta = \text{エ}$ である.

この 2 つの式と $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を用いて a の値を求めると, $a \geq 0$ のときは $a = \text{オ}$ であり, $a < 0$ のときは $a = \text{カ}$ である.

これらの a の値を最初の 2 次方程式に代入して θ の値を求めると,
 $a = \text{オ}$ のときは $\theta = \text{キ}$ または $\theta = \text{ク}$ であり,
 $a = \text{カ}$ のときは $\theta = \text{ケ}$ または $\theta = \text{コ}$ である. ただし, θ は弧度法で表し $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲にあるものとする.